Задание № 5 Метод Гаусса

*Задание может быть выполнено либо в формате документа Word, либо в виде фотографии выполненного на бумаге решения.*

**9.1 Метод Гаусса**

А9.1.1 Рассмотрим систему линейных уравнений, в которой количество уравнений совпадает с количеством неизвестных



Все коэффициенты при переменной  не могут быть равны нулю, т.к. в этом случае уравнений было бы больше, чем неизвестных. Будем считать, что коэффициент при первом неизвестном в первом уравнении отличен от нуля (если это не так – можно переставить уравнения). Умножим первое уравнение на  и прибавим ко второму уравнению. Первое уравнение в системе оставим без изменения, а результат проделанных действий запишем вместо второго уравнения; в этом новом втором уравнении коэффициент при первом неизвестном будет равен нулю.

Затем умножим первое уравнение на  и прибавим к третьему уравнению. Результат, не содержащий неизвестного , запишем вместо третьего уравнения.

Продолжая этот процесс, можно добиться того, что в системе все уравнения, кроме первого не будут содержать неизвестного .



Если определитель матрицы  не был равен нулю, то после описанных преобразований ни одно из уравнений не обратится в тождество (верное или неверное).

Допустим, что коэффициент  не равен нулю (если это не так, то можно во всех уравнениях переставить неизвестные т. к. от перемены мест слагаемых сумма не изменится). Умножим второе уравнение на  и прибавим к третьему уравнению. Новое третье уравнение не будет содержать неизвестного . Затем умножим второе уравнение на и прибавим к четвертому, чтобы оно также е содержало неизвестного . Продолжая этот процесс, добьемся того, что во всех уравнениях, начиная с третьего, будет отсутствовать неизвестная .

Далее добьемся того, чтобы во всех уравнениях начиная с четвертого отсутствовал  и т. д. В результате последнее уравнение системы будет содержать не более одного неизвестного, предпоследнее – не более двух неизвестных и т.д.

Из последнего уравнения найдем значение неизвестного  и, подставив его в предпоследнее уравнение, найдем  и т.д.

А9.1.2Пример 1: Решить методом Гаусса систему



*Решение:* Умножим первое уравнение на :  и прибавим ко второму:



Теперь умножим первое уравнение на :  и прибавим к третьему:



Умножим второе уравнение системы на :  и прибавим к третьему:



Значение  подставим во второе уравнение системы и найдем . Значения  и  подставим в первое уравнение системы и найдем . Система решена.

А9.1.3 Пример 2: Решить методом Гаусса систему



*Решение:* Умножим первое уравнение на :  и прибавим ко второму:



Теперь умножим первое уравнение на :  и прибавим к третьему:



Умножим второе уравнение на (-1) и прибавим к третьему:



Вместо уравнения получили неверное тождество. Система не имеет решений.

*Замечание*: если при применении метода Гаусса появляется хотя бы одно неверное тождество, то система не имеет решений .

А9.1.4 Пример 3: Решить методом Гаусса систему



*Решение:* Умножим первое уравнение на :  и прибавим ко второму:



Теперь умножим первое уравнение на :  и прибавим к третьему:



Умножим второе уравнение на (-1) и прибавим к третьему:



Вместо уравнения получили верное тождество. Система имеет бесконечно много решений.

**Самостоятельная работа:**

**2.5.1.** Решить системы уравнений методом Гаусса

а) ; б) ; в) ;

**2.5.2.**  Решить системы уравнений методом Гаусса

а) ; б) ;

в) ; г) ;

**Ответы:** **2.5.1.** а) ; б) ; в) ;

**2.5.2.**  а) ; б) ;

в) ; г) ;